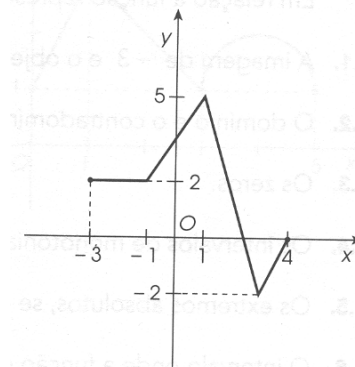


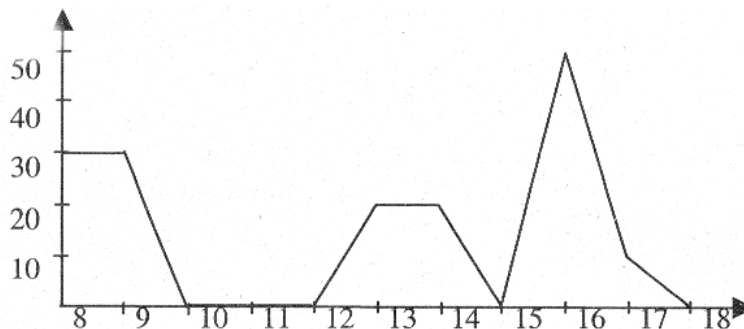
## Exercícios

1. Considera a seguinte representação gráfica de uma função  $f$  e indica:

- 1.1. A imagem do objecto  $-1$ .
- 1.2. O objecto cuja imagem é 5.
- 1.3. O domínio da função.
- 1.4. O contradomínio.
- 1.5. Os zeros, caso existam.
- 1.6. Os intervalos de monotonia.
- 1.7. Os extremos absolutos, caso existam.



2. Elabora um pequeno texto sobre uma situação que possa ser descrita pela representação gráfica seguinte.

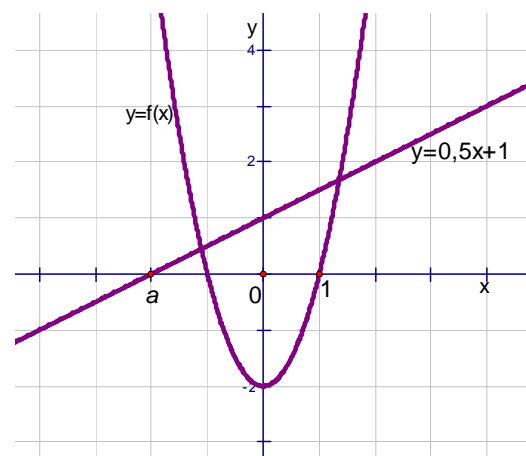


3. Considera a função

$$f : x \mapsto f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

- 3.1. Determina as coordenadas do vértice da parábola que representa a função  $f$ .
- 3.2. Escreve uma condição que define o eixo de simetria da parábola.
- 3.3. Indica o contradomínio da função.
- 3.4. Determina os zeros da função.
- 3.5. Indica os intervalos em que  $f$  é positiva e os intervalos em que  $f$  é negativa.
- 3.6. A função  $f$  é par? Justifica.

4. Considere a função, real de variável real, definida por  $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$ .
- Indique o extremo da função explicitando se se trata de um máximo ou de um mínimo. Justifique a resposta.
  - Indique os intervalos de monotonia da função.
  - A função tem zeros? Justifique a resposta.
  - Prove que -1 não pertence ao contradomínio da função.
  - Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a inequação  $f(x) \geq 5$ .
5. Considere a função, real de variável real, definida por  $f(x) = |2x-1| - 3$ .
- Indique o extremo da função explicitando se se trata de um máximo ou de um mínimo. Justifique a resposta.
  - Indique os intervalos de monotonia da função.
  - A função tem zeros? Identifique-os.
  - Prove que -2 não pertence ao contradomínio da função.
  - Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a inequação  $f(x) \geq 5$ .
6. Admita que uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$  tem um único máximo absoluto 4, um único mínimo absoluto -1 e tem um único zero para  $x = -3$ .
- Indique, justificando, o máximo e o mínimo absolutos da função  $-2h(x)$ .
  - Indique, justificando, o zero da função  $h(x-5)$ .
  - Justifique a afirmação: "O ponto de coordenadas (-2,2) pertence ao gráfico da função  $g(x) = h(x-1) + 2$ ."
7. O gráfico da função é constituído por parte de uma parábola de eixo Oy e por uma semi-recta de declive
- Escreva o polinómio que define a função  $f$ , considerando que o gráfico é uma parábola.
  - Indique os intervalos de variação de  $f$ .
  - Indique o contradomínio de  $f$ .
  - Indique o número de soluções das equações:



- i)  $f(x) - 1 = 0,5x$ .
- ii)  $|f(x)| = 1$
- e) Por observação do gráfico, indique o conjunto - solução da seguinte condição:  
 $f(x) \geq 0 \wedge x < 0$ .
- f) Resolva analiticamente a inequação  $|0,5x + 1| - 1 \leq 0$

8. Num treino de futebol um jogador, em posição frontal à baliza e a uma distância de 20 metros dela, remata a bola. A altura  $A$ , em metros, que a bola atinge, em função da distância  $d$  ao jogador, medida na horizontal também em metros, é dada pela expressão:  $A(d) = -\frac{1}{49}d(d - 28)$ .

Resolva analiticamente as questões seguintes:

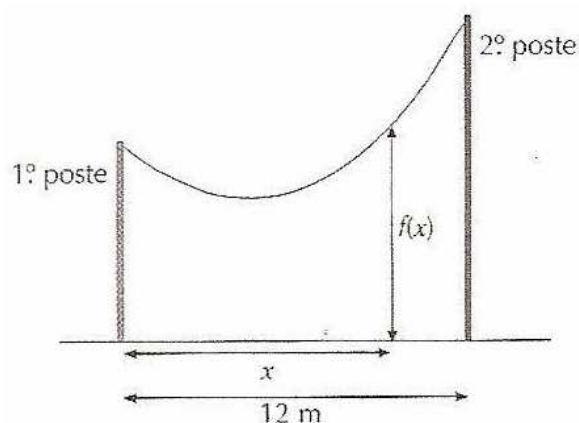
- a) Determine o valor de  $A(0)$  e explique o seu significado no contexto do problema.
- b) Qual é a altura máxima a que sobe a bola? E a que distância está do jogador?
- c) Admita que a baliza tem uma altura de 2,4 metros. Será que a bola rematada pelo jogador entra na baliza ou pelo contrário, passa por cima dela?

Recorrendo à calculadora gráfica responda à questão, apresentando o resultado arredondado às décimas e incluindo os esboços dos gráficos que considerar pertinentes.

9. Considere a função  $f$ , definida por

$$f(x) = \frac{1}{8}(x-4)^2 + 3$$

Admita que  $f(x)$  é a distância ao solo, em metros, do ponto do fio situado a  $x$  metros à direita do 1º poste.



- a) Calcule a altura dos postes.
- b) Determine a distância ao 2º poste do ponto do fio que está à distância mínima do solo.
- c) Calcule o valor de  $x$ , sabendo que o ponto do fio correspondente está a 7,5 m do solo.

**10.** Lança-se uma flecha para o ar a partir de um ponto situado a quatro metros do solo. Durante o movimento a distância da flecha ao solo, em metros, no instante  $t$ , em segundos, é dada por  $h(t) = -t^2 + 3t + 4$ .

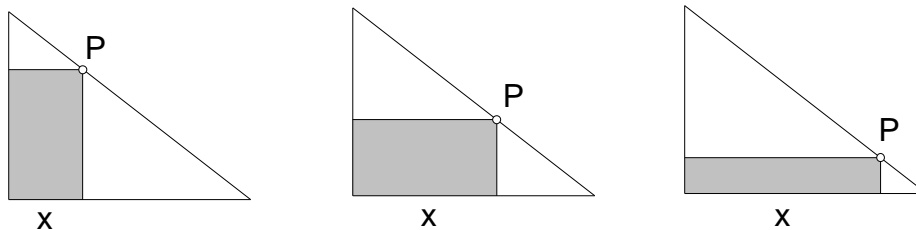
**10.1.** Em que momentos a flecha está a uma distância do solo de 2 metros?

**10.2.** Quando é que a flecha atinge o solo?

**10.3.** A flecha atingirá a altura de 8 metros? Justifica convenientemente a tua resposta.

**10.4.** Para que valores de  $t$  a flecha se encontra a uma distância do solo superior a 6 metros?

**11.** Considere um triângulo rectângulo de catetos 4 e 6 cm. O ponto P desliza sobre a hipotenusa e vai gerando vários rectângulos.



Mostre que a área dos rectângulos é dada em função de  $x$  pela função

$A(x) = 4x - \frac{2}{3}x^2$  e indique o seu domínio.

**12.** Mostre analiticamente que  $-1$  é a única raiz do polinómio  $x^3 - x^2 + 2$ .

**13.** Considera o polinómio  $P(x) = -x^3 + 4x^2 - x - 6$ .

**13.1.** Determina o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x - 4$ .

**13.2.** Mostra que 2 é raiz do polinómio.

**13.3.** Indica o conjunto-solução da equação  $P(x) = 0$ .